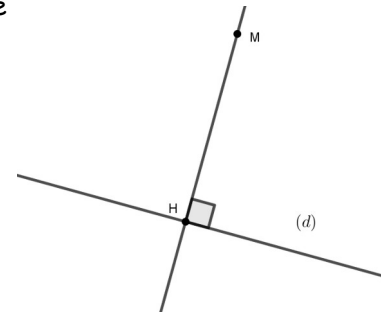


## Chapitre 3 : Éléments de géométrie

### I. Projeté orthogonal d'un point sur une droite

**Définition** : Le projeté orthogonal d'un point  $M$  non situé sur une droite  $(d)$  est le point d'intersection  $H$  de cette droite  $(d)$  avec la perpendiculaire à la droite  $(d)$  passant par  $M$ .



*Remarque* : si  $M$  est situé sur  $(d)$  alors son projeté orthogonal est lui-même.

### II. Distance d'un point à une droite

**Définition** : La distance d'un point  $M$  à une droite  $(d)$  est la longueur  $MH$  où  $H$  est le projeté orthogonal de  $M$  sur la droite  $(d)$ .

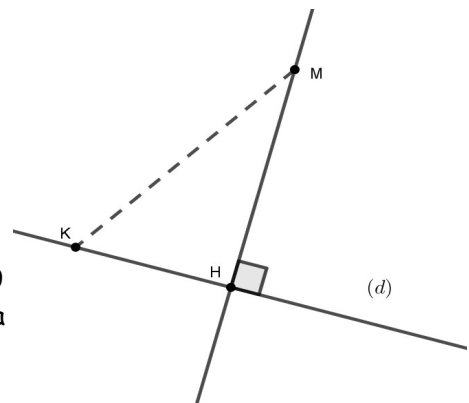
*Remarque* : si  $M$  est situé sur  $(d)$  alors la distance de  $M$  à la droite  $(d)$  est nulle.

**Propriété** : La distance la plus courte d'un point  $M$  à une droite  $(d)$  est la distance  $MH$  où  $H$  est le projeté orthogonal de  $M$  sur la droite  $(d)$ .

Démonstration :

1<sup>er</sup> cas : si  $M$  est sur  $(d)$  alors  $M=H$  donc  $MH=0$ . Pour tout autre point  $K$  situé sur  $(d)$  distinct de  $H$ , on a donc  $MK > MH$ .

2<sup>ème</sup> cas : Soit  $K$  un point quelconque de la droite  $(d)$  distinct de  $H$ . Le triangle  $MHK$  est donc rectangle en  $H$  donc d'après le théorème de Pythagore on a  $MK^2 = MH^2 + HK^2 > MH^2$  car  $HK \neq 0$  donc  $MK > MH$  donc  $MH$  est bien la plus courte distance de  $M$  à la droite  $(d)$

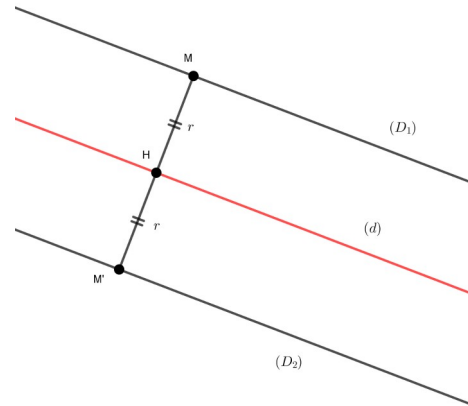


#

Exercice 1 : ABCD est un rectangle tel que  $AB = 9\text{cm}$  et  $AD = 5\text{cm}$ . Déterminer la distance de  $D$  à  $(AB)$  puis de  $D$  à  $(BC)$ .

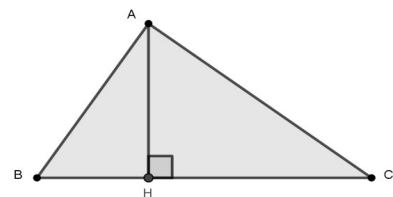
**III. Ensemble des points situés à une distance donnée d'une droite**

**Définition :** L'ensemble des points situés à une distance  $r$  donnée d'une droite  $(d)$  est composée de deux droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  parallèles à  $(d)$  situées de part et d'autre de  $(d)$ .

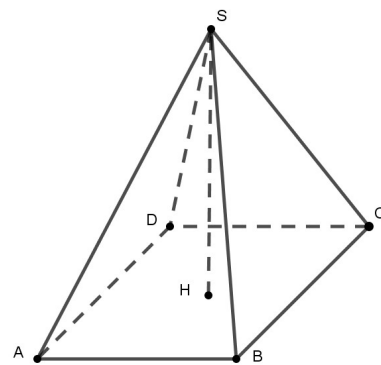


**IV. Hauteur dans un triangle**

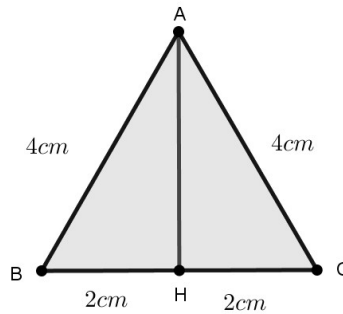
**Définition :** Dans un triangle  $ABC$ , la droite passant par  $A$  et perpendiculaire à  $(BC)$  est la hauteur issue de  $A$  relative au triangle  $ABC$ . Elle coupe  $(BC)$  en  $H$ . La longueur  $AH$  est la distance du point  $A$  à la droite  $(BC)$ .



**Définition :** De même, dans une pyramide de sommet  $S$ , la hauteur  $SH$  est la plus courte distance entre le point  $S$  et la base.

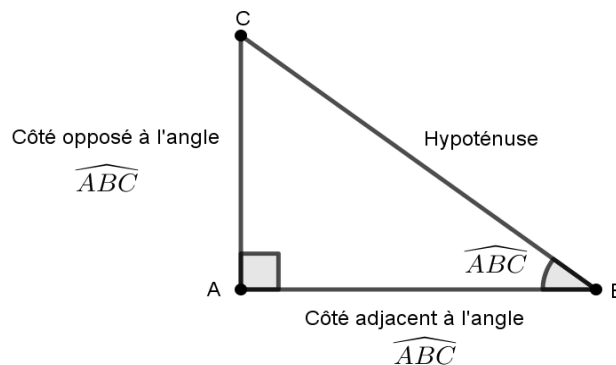


Exercice 2 : Dans la figure ci-contre, calculer la distance de A à la droite (BC). Justifier.



## V. Trigonométrie dans un triangle rectangle

### 1. Angle aigu dans un triangle rectangle



### 2. Cosinus, Sinus et Tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu sont des outils qui permettent de calculer des longueurs de segments et des mesures d'angles.

**Définition** : dans un triangle ABC rectangle en A, on a :

- $\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{BA}{BC}$
- $\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$
- $\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{ABC}} = \frac{AC}{AB}$

Remarques :

- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1 car dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le plus grand côté du triangle.
- On peut retenir les formules ci-dessus sous la forme suivante SOHCAHTOA

$$\bullet \text{ On a } \tan \widehat{ABC} = \frac{\sin \widehat{ABC}}{\cos \widehat{ABC}}$$

Exercice 3 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que  $AB = 8,3$  cm et  $AC = 5,6$  cm.

Calculer  $\widehat{ABC}$  à  $1^\circ$  près.

Exercice 4 :

KLM est un triangle rectangle en K tel que  $\widehat{LMK} = 63^\circ$  et  $KL = 7$  cm.

Calculer la longueur exacte LM puis donner une valeur arrondie à 1mm près.

### 3. Formules trigonométriques

**Propriété : Relation fondamentale de la trigonométrie**

Dans un triangle rectangle, si  $x$  est la mesure d'un angle aigu, alors  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Démonstration :

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que  $\widehat{ABC} = x$  .

$$\text{On a } \cos^2 \widehat{ABC} + \sin^2 \widehat{ABC} = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2}$$

Or  $AB^2 + AC^2 = BC^2$  d'après le théorème de Pythagore

$$\text{donc } \cos^2 \widehat{ABC} + \sin^2 \widehat{ABC} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1 \quad \#$$

Exercice 5 :

- (a) Sachant que  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$  , déterminer la valeur exacte de  $\sin 60^\circ$  .  
 (b) En déduire la valeur exacte de  $\tan 60^\circ$  .
- (a) De même, sachant que  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  , déterminer la valeur exacte de  $\sin 30^\circ$  .  
 (b) En déduire la valeur exacte de  $\tan 30^\circ$  .