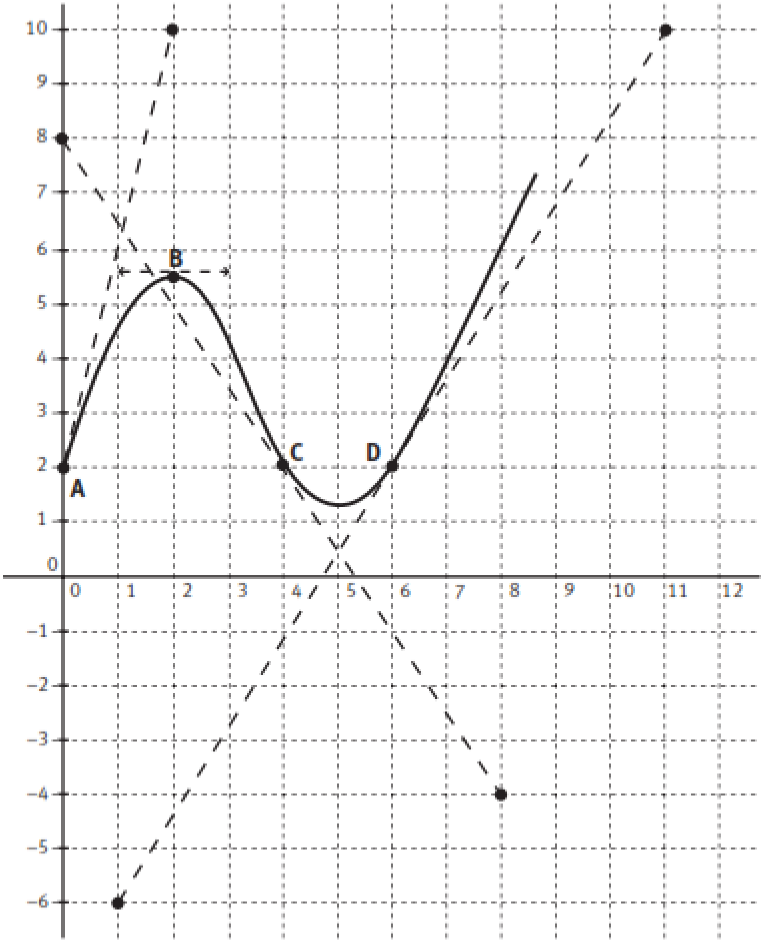
Exercice 1

Ci-contre, la courbe d'une fonction f
A l'aide de cette courbe, déterminer :

1. $f'(0), f'(2), f'(4)$ et $f'(6)$
2. l'équation des tangentes respectives en ces points.



Correction

1. $f'(0)=4, f'(2)=0, f'(4)=\frac{-3}{2}$ et $f'(6)=\frac{8}{5}$

2. $T_A : y=4x+2 \quad T_B : y=5,5 \quad T_C : y=\frac{-3}{2}x+8$

   L'équation de T_D est de la forme $y=\frac{8}{5}x+p$ avec $p\in\mathbb{R}$.

   Or $E(1;-6)\in T_D$ donc $-6=\frac{8}{5}+p$ donc $p=-6-\frac{8}{5}=\frac{-30}{5}-\frac{8}{5}=\frac{-38}{5}$

   On déduit que $T_D : y=\frac{8}{5}x-\frac{38}{5}$

Exercice 2

On considère la fonction définie sur IR par $g(x)=x^4$ et C_g sa courbe représentative.
Soient $a\in\mathbb{R}, a\neq 0$ et A le point de C_g d'abscisse a. On note T_a la tangente à C_g en A.

1. Calculer le coefficient directeur de T_a.
2. En déduire l'équation réduite de T_a.
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersections éventuels de T_a avec l'axe des abscisses
4. En déduire une méthode simple pour tracer des tangentes à la courbe d'équation $y=x^4$.

Correction

1. g est dérivable sur IR comme fonction polynôme donc le coefficient directeur de T_a est $g'(a)=4a^3$.
2. L'équation réduite de T_a est donnée par :
   $y=g'(a)(x-a)+g(a)=4a^3(x-a)+a^4=4a^3x-3a^4$
   $y=4a^3(x-a)+a^4$
   $y=4a^3x-3a^4$
3. $$M(x;y)T_a\cap(Ox)\Leftrightarrow\begin{cases}y=4a^3x-3a^4\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0=4a^3x-3a^4\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3a^4}{4a^3}\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{4}a\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow M(\frac{3}{4}a;0)$$
   T_a coupe l'axe des abscisses en un seul point $M(\frac{3}{4}a;0)$.
4. Pour tracer la tangente T_a en un point $A(a;f(a))\in C_g$, il suffit de placer le point $M(\frac{3}{4}a;0)$ et de tracer la droite (AM).
   (AM) est la tangente T_a.