La calculatrice est interdite

Exercice 1 – 4 points

Par un raisonnement par l'absurde, démontrer que $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.

Exercice 2 – 3 points

Démontrer que les nombres suivants sont des nombres décimaux.

$A=\frac{14}{250}$ $B=-0{,}00732$ $C=\frac{11}{1250}$

Exercice 3 – 4 points

En détaillant vos calculs, calculer les expressions suivantes et indiquer à quel plus petit ensemble de nombres appartient le résultat obtenu.

$A=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$ $B=\frac{\frac{90}{42}}{\frac{15}{21}}$ $C=\frac{-21}{36}\times\frac{14}{-21}\times\frac{10}{-15}$ $D=\frac{-3}{5}:\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{5}{7}\right)$

Exercice 4 – 3 points

Déterminer l'écriture scientifique du nombre $A=\frac{25\times10^{-10}\times6\times10^{8}}{15\times(10^{-3})^{-2}\times2\times10^{5}}$.

Exercice 5 – 4 points

1. Simplifier le plus possible les calculs suivants :

$-\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}}=$	$\sqrt{(-3)^2}=$	$\sqrt{2}\times\sqrt{18}=$	$\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}=$

2. Écrire $A=3\sqrt{12}-11\sqrt{3}+4\sqrt{75}$ et $B=9\sqrt{18}-3\sqrt{8}+7\sqrt{50}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a\in\mathbb{Z}$ et $b\in\mathbb{N}$, b étant le plus petit possible.

Exercice 6 – 2 points

Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est VRAIE ou FAUSSE.
Si elle est VRAIE, vous la démontrerez, si elle est FAUSSE, vous donnerez un contre-exemple.

1. Le quotient de deux nombres rationnels non nuls est un nombre rationnel.
2. L'inverse d'un nombre entier non nul est un décimal.

Correction

Exercice 1 – 4 points

1. On raisonne par l'absurde c'est à dire on va supposer que $\frac{1}{3}$ est décimal et arriver à une contradiction.

   Si $\frac{1}{3}$ est décimal alors il existe $a\in\mathbb{N}\,\text{et}\,n\in\mathbb{N}$ tels que $\frac{1}{3}=\frac{a}{10^n}$.

   $\frac{1}{3}=\frac{a}{10^n}$ donc $10^n=3\times a$ donc 3 est un diviseur de 10^n .

   Or $10^n=1\underbrace{000\ldots0}_{n\,zéros}$ donc la somme des chiffres de 10^n est égale à 1 qui n'est pas un multiple de 3 donc 10^n n'est pas divisible par 3 d'où la contradiction.

   On déduit que l'hypothèse que $\frac{1}{3}$ est décimal est fausse donc $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.

2. 1 $\frac{1}{3}\in\mathbb{Q}$

Exercice 2 – 3 points

$$A=\frac{14}{250}=\frac{56}{1000}=\frac{56}{10^3}\in lD \qquad B=-0{,}00732=\frac{-732}{10^5}\in lD \qquad C=\frac{11}{1250}=\frac{22}{2500}=\frac{88}{10000}=\frac{88}{10^4}\in lD$$

Exercice 3 – 4 points

$$A=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{3}+\frac{1}{12}=\frac{8}{12}+\frac{1}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}\in lD\,car\,\frac{3}{4}=\frac{75}{100}=\frac{75}{10^2}$$

$$B=\frac{\frac{90}{42}}{\frac{15}{21}}=\frac{90}{42}\times\frac{21}{15}=\frac{15\times6\times21}{21\times2\times15}=\frac{6}{2}=3\in\mathbb{N}$$

$$C=\frac{-21}{36}\times\frac{14}{-21}\times\frac{10}{-15}=-\frac{14\times10}{36\times15}=-\frac{7\times2\times5\times2}{2\times18\times5\times3}=-\frac{14}{54}=-\frac{7}{27}\in\mathbb{Q}$$

$$D=\frac{-3}{5}:\frac{2}{5}\times(1-\frac{5}{7})=\frac{-3}{5}:\frac{2}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{-3}{5}\times\frac{5}{2}\times\frac{2}{7}=\frac{-3}{7}\in\mathbb{Q}$$

Exercice 4 – 3 points

$$A=\frac{25\times10^{-10}\times6\times10^8}{15\times(10^{-3})^{-2}\times2\times10^5}=\frac{25\times6}{15\times2}\times\frac{10^{-10}\times10^8}{(10^{-3})^{-2}\times10^5}=\frac{5\times5\times3\times2}{5\times3\times2}\times\frac{10^{-2}}{10^6\times10^5}=5\times\frac{10^{-2}}{10^{11}}=5\times10^{-13}$$

Exercice 5 – 4 points

1. $-\dfrac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}}=-\dfrac{8}{5}$ $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$ $\sqrt{2}\times\sqrt{18}=\sqrt{2\times18}=\sqrt{36}=6$ $\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}=|\sqrt{2}-3|=3-\sqrt{2}$

   $\textit{Remarque}: |\sqrt{2}-3|=3-\sqrt{2}$ car $\sqrt{2}-3<0$

2. $A=3\sqrt{12}-11\sqrt{3}+4\sqrt{75}=3\sqrt{4\times3}-11\sqrt{3}+4\sqrt{25\times3}=6\sqrt{3}-11\sqrt{3}+20\sqrt{3}=15\sqrt{3}$

   $B=9\sqrt{18}-3\sqrt{8}+7\sqrt{50}=9\sqrt{9\times2}-3\sqrt{4\times2}+7\sqrt{25\times2}=27\sqrt{2}-6\sqrt{2}+35\sqrt{2}=56\sqrt{2}$

Exercice 6 – 2 points

1. VRAI
   En effet, si $\dfrac{p}{q}$ et $\dfrac{r}{s}$ *avec* $p\neq0, q\neq0, r\neq0$ et $s\neq0$ sont deux nombres rationnels non nuls alors $\dfrac{\frac{p}{q}}{\frac{r}{s}}=\dfrac{p}{q}\times\dfrac{s}{r}=\dfrac{p\times s}{q\times r}=\dfrac{p'}{q'}$ est un nombre rationnel avec $p'=p\times s$ et $q'=q\times r$ entiers non nuls comme produits d'entiers non nuls.

   Remarque : si q' *est négatif, il suffit de multiplier* p' et q' *par (-1) pour obtenir* q' *positif.*

2. FAUX car 3 est un entier naturel et son inverse $\dfrac{1}{3}$ n'est pas décimal.