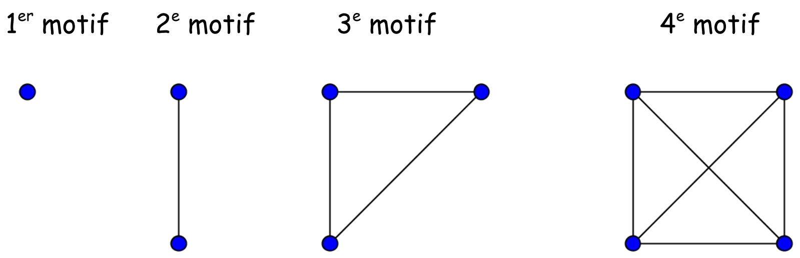
Exercice 1

On considère la suite de motifs ci-dessous dans laquelle on rajoute un point à chaque étape. Pour tout entier naturel *n* non-nul, on appelle u_n le nombre de segments tracés sur le *n*-ième motif.



1. Donner les valeurs de u_1, u_2, u_3 et u_4 .
2. Exprimer pour tout entier naturel *n* non-nul, u_{n+1} en fonction de u_n .

Correction

1. $u_1=0$, $u_2=1$, $u_3=3$ et $u_4=6$.
2. Sur le (*n*+1)-ième motif il y a déjà les u_n segments et on rajoute un point qui doit être relié au *n* autres sommets ce qui donne *n* segment en plus, on a donc $u_{n+1}=u_n+n$

Exercice 2

On considère la suite (u_n) définie sur $n \in \mathbb{N}$ par son premier terme u_0 et la relation $u_{n+1} = 2u_n + 5$.

1. Écrire un algorithme permettant de calculer le terme d'indice N donné de cette suite.
2. Le traduire en langage Python.
3. A l'aide du programme Python, déterminer le terme d'indice 11 de (u_n) lorsque $u_0 = 1$.
4. Modifier le programme Python pour qu'il affiche tous les termes u_1 jusqu'à u_N .

Correction

1.

```
Saisir u
Saisir N
Pour i allant de 1 à N
    u ← 2*u+5
Fin Pour
```

2. On a :

```python
u=float(input("u0=?"))
N=int(input("N=?"))
for I in range(1,N+1):
    u=2*u+5
print(u)
```

```
u0=?1
N=?11
12283.0
```

3. En utilisant le programme Python, on obtient donc : $u_{11} = 12283$

4. Pour faire afficher tous les termes, Il faut le modifier comme ce qui suit :

```python
u=float(input("u0=?"))
N=int(input("N=?"))
for I in range(1,N+1):
    u=2*u+5
    print(u)
```

```
u0=?1
N=?11
7.0
19.0
43.0
91.0
187.0
379.0
763.0
1531.0
3067.0
6139.0
12283.0
```

Il faut donc faire rentrer le « print(u) » dans la boucle pour afficher tous les termes.

Exercice 3

On considère la suite (u_n) définie sur $n \in \mathbb{N}$ par son premier terme u_1 et la relation

$$u_{n+1}=\frac{u_n+3}{3u_n^2+1}\ .$$

1. Écrire un algorithme permettant de calculer le terme d'indice N donné de cette suite.
2. Écrire une fonction Python d'arguments N et u_0 qui retourne le terme d'indice N.
3. A l'aide de cette fonction, déterminer le terme d'indice 17 de (u_n) lorsque $u_1=-1$.

Correction

1.

```
Saisir u
Saisir N
Pour i allant de 1 à N-1
   u ← (u+3)/(3*u²+1)
Fin Pour
```

2. En choisissant de nommer cette fonction « suite », on a :

```python
def suite(u,N):
  for I in range(1,N):
    u=(u+3)/(3*u**2+1)
  return(u)
```

```
> suite(-1,17)
2.7575838731078752
```

3. On obtient $u_{17} \approx 2{,}75758$.

Exercice 4

1. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n=-3n+1$.
   Étudier les variations de (u_n) .

2. Soit (v_n) la suite définie par son premier terme $v_0=-1$ et la relation $v_{n+1}=v_n+2$ pour tout entier naturel *n*. Étudier les variations de (v_n) .

3. Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $w_n=(-1)^n$.
   Étudier les variations de (w_n) .

Correction

1. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}-u_n=-3(n+1)+1-(-3n+1)=-3n-3+1+3n-1=-3<0$
   donc $u_{n+1}-u_n<0$ $\Rightarrow$ $u_{n+1}<u_n$ donc la suite (u_n) est décroissante.

2. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $v_{n+1}-v_n=v_n+2-v_n=2>0$ donc (v_n) est croissante.

3. $w_0=(-1)^0=1$, $w_1=-1<w_0$ et $w_2=1>w_1$ donc (w_n) n'est pas monotone.