Exercice 1

Pour chacune des suites données, calculer les termes u_0, u_1, u_2 et le 100ème terme si possible.

$u_n = n - \sqrt{n^2+9}$ $\quad u_n = \dfrac{n+5}{n(n-1)}$ $\quad u_n = (-1)^n + 1$ $\quad u_n = n^n$

Correction

- $u_n = n - \sqrt{n^2+9}$

$u_0 = 0 - \sqrt{0^2+9} = -\sqrt{9} = -3$, $u_1 = 1 - \sqrt{1^2+9} = 1 - \sqrt{10}$, $u_2 = 2 - \sqrt{2^2+9} = 2 - \sqrt{13}$

Comme la suite commence avec u_0 , le 100ème terme est $u_{99} = 99 - \sqrt{99^2+9} = 99 - \sqrt{9810}$

- $u_n = \dfrac{n+5}{n(n-1)}$

On ne peut pas calculer u_0 ni u_1 car le dénominateur est nul pour $n=0$ ou $n=1$

$u_2 = \dfrac{2+5}{2\times 1} = \dfrac{7}{2}$ Comme la suite commence avec u_2 , le 100ème terme est $u_{101} = \dfrac{106}{10100}$

- $u_n = (-1)^n + 1$

$u_0 = (-1)^0 + 1 = 2$, $u_1 = (-1)^1 + 1 = 0$, $u_2 = (-1)^2 + 1 = 2$

Comme la suite commence avec u_0 , le 100ème terme est $u_{99} = (-1)^{99} + 1 = 0$

- $u_n = n^n$

$u_0 = 0^0 = 1$, $u_1 = 1^1 = 1$, $u_2 = 2^2 = 4$

Comme la suite commence avec u_0 , le 100ème terme est $u_{99} = 99^{99}$

Exercice 2

Pour les suites données, exprimer en fonction de *n*, le terme précédent u_{n-1} , le terme suivant u_{n+1} , u_{2n} et u_n+1

$$u_n=n^2-3n+1 \qquad\qquad u_n=\frac{n+1}{2n+3}$$

Correction

Le terme précédent u_n est u_{n-1} et le terme suivant u_n est u_{n+1}

- Pour $n\in\mathbb{N}$, $u_n=n^2-3n+1$

$$u_{n-1}=(n-1)^2-3(n-1)+1=n^2-2n+1-3n+3+1=n^2-5n+5$$
$$u_{n+1}=(n+1)^2-3(n+1)+1=n^2+2n+1-3n-3+1=n^2-n-1$$
$$u_{2n}=(2n)^2-3\times2n+1=4n^2-6n+1$$
$$u_n+1=n^2-3n+1+1=n^2-3n+2$$

- Pour $n\in\mathbb{N}$, $u_n=\frac{n+1}{2n+3}$

$$u_{n-1}=\frac{n-1+1}{2(n-1)+3}=\frac{n}{2n+1}$$
$$u_{n+1}=\frac{n+1+1}{2(n+1)+3}=\frac{n+2}{2n+5}$$
$$u_{2n}=\frac{2n+1}{2\times2n+3}=\frac{2n+1}{4n+3}$$
$$u_n+1=\frac{n+1}{2n+3}+1=\frac{n+1}{2n+3}+\frac{2n+3}{2n+3}=\frac{3n+4}{2n+3}$$

Exercice 3

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0=1$, $u_1=1$ et la relation $u_{n+2}=u_{n+1}+u_n$.
Calculer u_2, u_3, u_4 et u_5 .

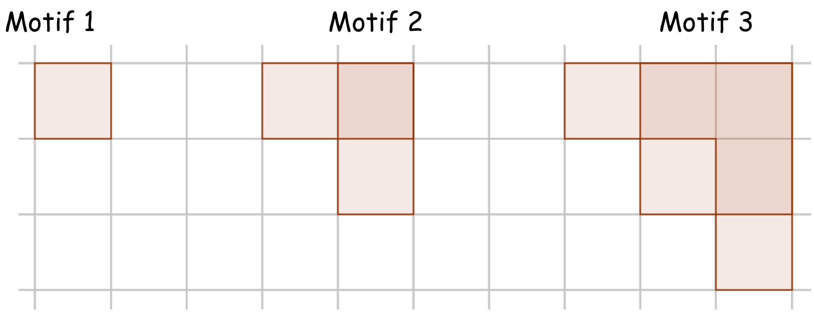
Correction

$u_2=u_1+u_0=2$, $u_3=u_2+u_1=3$, $u_4=u_3+u_2=5$ et $u_5=u_4+u_3=8$

Remarque : C'est la suite de Fibonacci, c'est une suite célèbre !

Exercice 4

On réalise la construction de motifs ci-dessous.



On poursuit ainsi les motifs suivants.

Pour tout nombre entier naturel $n \geq 1$, on note C_n le nombre de carrés du motif numéro *n*.

1. Déterminer C_1, C_2 et C_3 .
2. Exprimer C_4 à l'aide de C_3 .
3. Exprimer C_{n+1} à l'aide de C_n

Correction

1. $C_1 = 1$, $C_2 = 3$ et $C_3 = 6$.
2. $C_4 = C_3 + 4$
3. $C_{n+1} = C_n + n + 1$