Exercice 1

Calculer les expressions suivantes :

$A=(\sqrt{7})^2$ $B=-(\sqrt{11})^3$ $C=(2\sqrt{5})^2$ $D=(\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}})^3$

$E=-5\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}$ $F=-7\sqrt{3}+8\sqrt{75}$ $G=(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})^2$ $H=(-2\sqrt{3})^2+(5\sqrt{6})^2$

Correction

$A=(\sqrt{7})^2=7$

$B=-(\sqrt{11})^3=-(\sqrt{11})^2\sqrt{11}=-11\sqrt{11}$

$C=(2\sqrt{5})^2=2^2\times\sqrt{5}^2=4\times 5=20$

$D=(\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}})^3=\left(\sqrt{\frac{36}{9}}\right)^3=(\sqrt{4})^3=2^3=8$

$E=-5\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}=-10(\sqrt{3})^2=-10\times 3=-30$

$F=-7\sqrt{3}+8\sqrt{75}=-7\sqrt{3}+8\sqrt{25\times 3}=-7\sqrt{3}+8\times 5\sqrt{3}=-7\sqrt{3}+40\sqrt{3}=33\sqrt{3}$

$G=(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})^2=\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=\frac{2}{3}$

$H=(-2\sqrt{3})^2+(5\sqrt{6})^2=(-2)^2\times(\sqrt{3})^2+5^2\times(\sqrt{6})^2=4\times 3+25\times 6=12+150=162$

Exercice 2

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux entiers et b le plus petit possible.

$A=\sqrt{12}\times\sqrt{27}$ $B=\sqrt{5}\times\sqrt{45}\times\sqrt{125}$ $C=7\sqrt{48}\times\sqrt{3}$ $D=\dfrac{\sqrt{120}}{\sqrt{3}\times\sqrt{20}}$

Correction

$A=\sqrt{12}\times\sqrt{27}=\sqrt{4\times3}\times\sqrt{9\times3}=2\sqrt{3}\times3\sqrt{3}=6\times(\sqrt{3})^2=6\times3=18$

$B=\sqrt{5}\times\sqrt{45}\times\sqrt{125}=\sqrt{5}\times\sqrt{9\times5}\times\sqrt{25\times5}=\sqrt{5}\times3\sqrt{5}\times5\sqrt{5}=15\times(\sqrt{5})^2\times\sqrt{5}=75\sqrt{5}$

$C=7\sqrt{48}\times\sqrt{3}=7\times\sqrt{16\times3}\times\sqrt{3}=7\times4\sqrt{3}\times\sqrt{3}=28\times3=84$

$D=\dfrac{\sqrt{120}}{\sqrt{3}\times\sqrt{20}}=\dfrac{\sqrt{120}}{\sqrt{60}}=\sqrt{\dfrac{120}{60}}=\sqrt{2}$

Exercice 3

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux entiers et b le plus petit possible.

$A=4\sqrt{12}-7\sqrt{27}-11\sqrt{3}$ $B=6\sqrt{20}-11\sqrt{125}+3\sqrt{80}$

Correction

$A=4\sqrt{12}-7\sqrt{27}-11\sqrt{3}=4\sqrt{4\times3}-7\sqrt{9\times3}-11\sqrt{3}=8\sqrt{3}-21\sqrt{3}-11\sqrt{3}=-24\sqrt{3}$

$B=6\sqrt{20}-11\sqrt{125}+3\sqrt{80}$
$B=6\sqrt{4\times5}-11\sqrt{25\times5}+3\sqrt{16\times5}$
$B=6\times2\sqrt{5}-11\times5\sqrt{5}+3\times4\sqrt{5}$
$B=12\sqrt{5}-55\sqrt{5}+12\sqrt{5}$
$B=-31\sqrt{5}$

Exercice 4

Écrire les quotients suivants sous la forme $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ avec $a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{N}, c\in\mathbb{N}, c\neq 0$

$A=\frac{3\sqrt{36}}{\sqrt{2}}$ $B=\frac{\sqrt{14}}{2\sqrt{28}}$ $C=7\sqrt{48}\times\frac{1}{\sqrt{3}}$ $D=\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}\times\sqrt{20}}$

Correction

$$A=\frac{3\sqrt{36}}{\sqrt{2}}=3\sqrt{\frac{36}{2}}=3\sqrt{18}=3\sqrt{9\times 2}=3\times 3\sqrt{2}=9\sqrt{2}$$

ou bien

$$A=\frac{3\sqrt{36}}{\sqrt{2}}=\frac{3\times 6}{\sqrt{2}}=\frac{18}{\sqrt{2}}=\frac{18\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{18\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{2}$$

$$B=\frac{\sqrt{14}}{2\sqrt{28}}=\frac{1}{2}\times\sqrt{\frac{14}{28}}=\frac{1}{2}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\times\frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2\times 2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$C=7\sqrt{48}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=7\times\sqrt{16\times 3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=7\times\sqrt{16}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=7\times\sqrt{16}=7\times 4=28$$

$$D=\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}\times\sqrt{20}}=\frac{\sqrt{20}\times\sqrt{4}}{\sqrt{5}\sqrt{20}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Exercice 5

Calculer et écrire les quotients suivants sans radical au dénominateur

$A=\sqrt{\dfrac{25}{75}}$ $B=\dfrac{100}{2\sqrt{50}}$ $C=\sqrt{\dfrac{121}{169}}$

$D=\dfrac{3}{2\sqrt{6}}$ $E=\dfrac{1}{\sqrt{7}}$ $F=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$

Correction

$$A=\sqrt{\frac{25}{75}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25\times 3}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25}\times\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$B=\frac{100}{2\sqrt{50}}=\frac{100\times\sqrt{50}}{2\times\left(\sqrt{50}\right)^2}=\frac{100\times\sqrt{50}}{100}=\sqrt{50}=\sqrt{25\times 2}=\sqrt{25}\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

$$C=\sqrt{\frac{121}{169}}=\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{169}}=\frac{11}{13}$$

$$D=\frac{3}{2\sqrt{6}}=\frac{3\times\sqrt{6}}{2\times\left(\sqrt{6}\right)^2}=\frac{3\sqrt{6}}{12}=\frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$E=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$F=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{2}{8}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$$

Exercice 6

1. Donner la valeur exacte de $R=\dfrac{\sqrt{(-9)^2}}{\sqrt{9}}$
2. Montrer que $T=\sqrt{18}\times\sqrt{50}$ est un entier
3. Écrire $U=3\sqrt{75}+2\sqrt{48}$ sous la forme $U=a\sqrt{b}$ où a et b sont deux entiers et b le plus petit possible.
4. Écrire $V=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ sans radical (c'est à dire sans racine carrée) au dénominateur

Correction

1. $R=\dfrac{\sqrt{(-9)^2}}{\sqrt{9}}=\dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}}=\sqrt{\dfrac{81}{9}}=\sqrt{9}=3$

2. $T=\sqrt{18}\times\sqrt{50}=\sqrt{9\times2}\times\sqrt{25\times2}=3\sqrt{2}\times5\sqrt{2}=15\left(\sqrt{2}\right)^2=15\times2=30\in\mathbb{N}$

3. $U=3\sqrt{75}+2\sqrt{48}=3\sqrt{25\times3}+2\sqrt{16\times3}=3\times5\sqrt{3}+2\times4\sqrt{3}=15\sqrt{3}+8\sqrt{3}=23\sqrt{3}$

4. $V=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{5}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$