**Exercice :**

On considère les points A(0;1;-4), B(1;3;-7), C(-4;1;-3) D(1;0;0) et E(3;11;8).

1. Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
2. Démontrer que la droite (DE) est orthogonale au plan (ABC).
3. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).
4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (DE).
5. Déterminer les coorodnnées du point d'intersection de la droite (DE) et du plan (ABC).

-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Correction**

**Exercice :**

On considère les points A(0;1;-4), B(1;3;-7), C(-4;1;-3) D(1;0;0) et E(3;11;8).

1. $\overrightarrow{AB}(1;2;-3)$ et $\overrightarrow{AC}(-4;0;1)$ . On a $\frac{x_{\overrightarrow{AC}}}{x_{\overrightarrow{AB}}}=\frac{-4}{1}=-4$ et $\frac{y_{\overrightarrow{AC}}}{y_{\overrightarrow{AB}}}=\frac{0}{2}=0\neq-4$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C ne sont pas alignés donc forment un plan.

2. $\overrightarrow{DE}(2;11;8)$ . On a :
$\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{AB}=2\times1+11\times2+8\times(-3)=2+22-24=0$ et $\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{AC}=2\times5-4°+11\times0+8\times1=-8+8+0$
donc $\overrightarrow{DE}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires directeurs du plan (ABC) donc (DE) est perpendiculaire au plan (ABC).

3. (DE) est perpendiculaire (ABC) donc $\overrightarrow{DE}$ est un vecteur normal au plan (ABC) donc une équation cartésienne de (ABC) est de la forme $2x+11y+8z+d=0$ .
$A(0;1;-4)\in(ABC)$ donc $2\times0+11\times1+8\times(-4)+d=0$ donc $-21+d=0$ donc $d=21$ .

   Conclusion : $2x+11y+8z+21=0$ est une équation cartésienne de (ABC).

4. $\overrightarrow{DE}(2;11;8)$ est directeur de (DE) et $D(1;0;0)$ appartient à (DE).
Une représentation paramétrique de (DE) est donc $\begin{cases} x=1+2t \\ y=11t \\ z=8t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ .

5. Soit $K(x;y;z)$ le point d'intersection de (De) et (ABC).

$$K(x;y;z)\in(DE)\cap(ABC)\Leftrightarrow\begin{cases} 2x+11y+8z+21=0 \\ x=1+2t \\ y=11t \\ z=8t \end{cases}$$

$$K(x;y;z)\in(DE)\cap(ABC)\Leftrightarrow\begin{cases} 2(1+2t)+11\times11t+8\times8t+21=0 \\ x=1+2t \\ y=11t \\ z=8t \end{cases}$$

$$K(x;y;z)\in(DE)\cap(ABC)\Leftrightarrow\begin{cases} 2+4t+121t+64t+21=0 \\ x=1+2t \\ y=11t \\ z=8t \end{cases}$$

$$K(x;y;z)\in(DE)\cap(ABC)\Leftrightarrow\begin{cases} 189t+23=0 \\ x=1+2t \\ y=11t \\ z=8t \end{cases}$$

$$K(x\,;y\,;z)\in(DE)\cap(ABC)\Leftrightarrow\begin{cases} t=-\dfrac{23}{189} \\ x=1+2\times\left(\dfrac{-23}{189}\right)=\dfrac{189-46}{189}=\dfrac{143}{189} \\ y=11\times\left(\dfrac{-23}{189}\right)=-\dfrac{253}{189} \\ z=8\times\left(\dfrac{-23}{189}\right)=-\dfrac{184}{189}\end{cases}$$

Conclusion : $K\left(\dfrac{143}{189};-\dfrac{253}{189};-\dfrac{184}{289}\right)$ .