Exercice 1

Soit *A* et *B* deux événements tels que $p(A)=0{,}7$, $p(B)=0{,}5$ et $p(A\cap B)=0{,}3$.

Calculer $p(\overline{A})$, $p(A\cup B)$ *et* $p(\overline{A}\cap B)$.

Correction

$p(\overline{A})=1-p(A)=1-0{,}7=0{,}3$
$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0{,}7+0{,}5-0{,}3=0{,}9$
$P(\overline{A}\cap B)=p(B)-p(A\cap B)=0{,}5-0{,}3=0{,}2$

Exercice 2

Soit *S* et *T* deux événements tels que $p(S)=0{,}5$, $p(T)=0{,}6$ et $p(S\cup T)=0{,}9$.
En s'aidant d'un diagramme de Venn, calculer $p(S\cap T)$, $p(\overline{S\cup T})$ et $p(S\cap\overline{T})$.
Les événements *S* et *T* sont-ils incompatibles ?

Correction

$p(S\cup T)=p(S)+p(T)-p(S\cap T)$ donc $p(S\cap T)=p(S)+p(T)-p(S\cup T)=0{,}5+0{,}6-0{,}9=0{,}2$
$p(S\cap T)=0{,}2\neq 0$ donc les événements ne sont pas incompatibles.
$p(\overline{S\cup T})=1-p(S\cup T)=1-0{,}9=0{,}1$
$p(S\cap\overline{T})=p(S)-p(S\cap T)=0{,}5-0{,}2=0{,}3$

Exercice 3

Une industrie coréenne produit des téléphones mobiles pour le marché européen. Les contrôles effectués en fin de production ont fait apparaître que 5% de mobiles ont un défaut à l'écran tactile et 3% un défaut à la batterie, tandis que 1% ont les deux défauts. Un mobile produit par l'entreprise est choisi au hasard. On note E l'événement : « le mobile a un défaut à l'écran » et B l'événement : « le mobile a un défaut à la batterie ».

1. Donner les probabilités de chacun des événements E et B.
2. Déterminer la probabilité que le téléphone n'ait pas de défaut à l'écran.
3. Calculer la probabilité que le téléphone ait au moins un des deux défauts.

Correction

1. $p(E)=0{,}05$ et $p(B)=0{,}03$.
2. $p(\overline{E})=1-p(E)=1-0{,}05=0{,}95$.
3. D'après l'énoncé, $p(E\cap B)=0{,}01$. On cherche $p(E\cup B)$.
   $p(E\cup B)=p(E)+p(B)-p(E\cap B)=0{,}05+0{,}03-0{,}01=0{,}07$

Exercice 4

Le standard d'un cabinet médical dispose de deux lignes téléphoniques. On considère les événements O_1 : « la 1ère ligne est occupée » et O_2 : « la 2ème ligne est occupée ». Une étude statistique montre que $p(O_1)=0{,}4$, $p(O_2)=0{,}3$ et $p(O_1\cap O_2)=0{,}2$.

1. Calculer la probabilité que la ligne 1 soit libre.
2. Calculer la probabilité qu'au moins une des lignes soit occupée.
3. Calculer la probabilité qu'au moins une des lignes soit libre.

Correction

1. L'événement « la ligne 1 est libre » est l'événement contraire de O_1 .
   $p(\overline{O_1})=1-p(O_1)=1-0{,}4=0{,}6$
2. L'événement « au moins une des lignes est occupée » est l'événement $O_1\cup O_2$.
   $p(O_1\cup O_2)=p(O_1)+p(O_2)-p(O_1\cap O_2)=0{,}4+0{,}3-0{,}2=0{,}5$
3. L'événement contraire de l'événement « Au moins une des lignes est libre » est l'événement « les deux lignes sont occupées » soit l'événement $O_1\cap O_2$.
   $p(\overline{O_1\cap O_2})=1-p(O_1\cap O_2)=1-0{,}2=0{,}8$

Exercice 5

Lors d'une course pédestre de 10 kilomètres, on estime :

- que la probabilité qu'un coureur soit licencié dans un club est 0,55 ;
- que la probabilité qu'un coureur parcoure la distance en moins de 40 minutes est 0,27 ;
- que la probabilité qu'un coureur soit non licencié et parcoure la distance en moins de 40 minutes est 0,18.

On note *L* l'événement : « le coureur est licencié » et *M* l'événement : « le coureur parcourt la distance en moins de 40 minutes ». On choisit au hasard un coureur.

1. Décrire l'événement $\overline{L}$ par une phrase et donner sa probabilité.
2. Écrire en fonction de *L* et *M* l'événement : « le coureur n'est pas licencié et parcourt la distance en moins de 40 minutes », puis donner sa probabilité.
3. Décrire par une phrase l'événement $\overline{L}\cup M$ puis déterminer sa probabilité.

Correction

1. L'événement $\overline{L}$ est « le coureur n'est pas licencié » . $p(\overline{L})=1-p(L)=1-0{,}55=0{,}45$.
2. L'événement : « le coureur n'est pas licencié et parcourt la distance en moins de 40 minutes » est l'événement $\overline{L}\cap M$ et $p(\overline{L}\cap M)=0{,}18$.
3. L'événement $\overline{L}\cup M$ est « le coureur n'est pas licencié ou parcoure la distance en moins de 40 minutes » . $p(\overline{L}\cup M)=p(\overline{L})+p(M)-p(\overline{L}\cap M)=0{,}45+0{,}27-0{,}18=0{,}54$