Exercice 1
Un univers associé à une expérience aléatoire est constitué de trois issues *A*, *B* et *C*. La loi de probabilité vérifie $p(A)=t^2$, $p(B)=t$ et $p(C)=\frac{1}{4}$. Déterminer *t*.

Indication : $4t^2+4t-3=(2t+3)(2t-1)$

Correction
La somme des probabilités des issues est égale à 1 donc $p(A)+p(B)+p(C)=t^2+t+\frac{1}{4}=1$.

$$t^2+t+\frac{1}{4}=1 \Leftrightarrow t^2+t-\frac{3}{4}=0 \Leftrightarrow 4t^2+4t-3=0 \Leftrightarrow (2t-1)(2t+3)=0 \Leftrightarrow 2t-1=0 \text{ ou } 2t+3=0$$

$$t^2+t+\frac{1}{4}=1 \Leftrightarrow 2t=1 \text{ ou } 2t=-3$$

$$t^2+t+\frac{1}{4}=1 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2} \text{ ou } t=\frac{-3}{2}$$

Or $t=\frac{-3}{2}$ est impossible car une probabilité est forcement positive ou nulle donc $t=\frac{1}{2}$.

Exercice 2

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes, on la note, puis on remet dans le jeu avant d'en tirer une seconde.

1. Est-ce une situation d'équiprobabilité ?
2. Combien y a t-il d'issues ?
3. Calculer la probabilité de tirer 2 cœurs.
4. Calculer la probabilité de ne pas tirer 2 cœurs.
5. Calculer la probabilité de tirer exactement 1 cœur.
6. Calculer la probabilité de tirer deux fois la même carte.
7. Calculer la probabilité de tirer deux cartes différentes.
8. Calculer la probabilité de tirer le roi de cœur.

Correction

1. Chaque carte à la même probabilité d'être tirer donc c'est un situation d'équiprobabilité.
2. Pour une première carte tirée, il y a 32 issues donc au total il y a $32 \times 32 = 1024$ issues.
3. C'est une situation d'équiprobabilité donc on peut utiliser $p(A) = \frac{nombres\ d'\ issues\ de\ A}{nombre\ total\ d'\ issues}$

   Il y a 8 cœurs donc $P(tirer\ 2\ coeurs) = \frac{8}{32} \times \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$.
4. Ne pas tirer 2 cœurs est l'événement contraire du précédent donc sa probabilité est

   $P(ne\ pas\ tirer\ deux\ coeurs) = 1 - P(tirer\ deux\ coeurs) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$.
5. $P(tirer\ 1\ seul\ coeur) = \frac{8}{32} \times \frac{24}{32} + \frac{24}{32} \times \frac{8}{32} = 2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 2 \times \frac{3}{16} = \frac{3}{8}$.
6. $P(tirer\ une\ seule\ fois\ la\ même\ carte) = 32 \times \frac{1}{32} \times \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$.
7. Tirer deux cartes différentes est l'événement contraire du précédent donc sa probabilité est

   $P(tirer\ deux\ cartes\ différentes) = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$.
8. $P(tirer le\ roi\ de\ coeur) = \frac{1}{32} \times \frac{31}{32} + \frac{31}{32} \times \frac{1}{32} + \frac{1}{32} \times \frac{1}{32} = \frac{31}{1024} + \frac{31}{1024} + \frac{1}{1024} = \frac{63}{1024}$

Exercice 3

Trois CD notés *a*, *b* et *c* ont respectivement les boites nommées A, B et C. On range les 3 CD au hasard dans les boites sans voir leur étiquettes.

1. Combien de rangements sont possibles ?
2. Quelle est la probabilité que les 3 CD soient bien rangés ?
3. Quelle est la probabilité qu'exactement 1 CD soit bien rangé ?
4. Quelle est la probabilité qu'exactement 2 CD soient bien rangés ?
5. En déduire la probabilité qu'aucun CD ne soit bien rangé.

Correction

1. Il y a 6 rangements possibles : (Aa ; Bb ; Cc) ; (Aa ; Bc ; Cb) ; (Ab ; Ba ; Cc) ; (Ab ; Bc ; Ca) ; (Ac ; Ba ; Cb) ; (Ac ; Bb ; Ca).
2. C'est une situation d'équiprobabilité donc on peut utiliser $p(A)=\frac{nombres\ d\ '\ issues\ de\ A}{nombre\ total\ d\ '\ issues}$
3. Il y a 1 combinaison sur les 6 où les 3 CD sont bien rangés : $p=\frac{1}{6}$
4. Il y a 3 combinaisons sur les 6 où exactement 1 CD est bien rangé : $p=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
5. Il n'y a pas de combinaison où exactement 2 CD sont bien rangés : $p=\frac{0}{6}=0$
6. Aucun CD n'est bien rangé : $1-(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}+0)=1-\frac{4}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

Exercice 4

On lance un dé blanc et un dé noir : chacun de ces deux dés est cubique, équilibré et ses faces sont numérotées de 1 à 6. Soit *a* le nombre marqué par le dé blanc et *b* le nombre de points marqués par le dé noir. La règle du jeu est la suivante :

- si *a* est pair, le nombre de points gagnés est *b* ;
- si *a* est impair et différent de 5, le nombre de points gagnés est $b+1$;
- si $a=5$, le nombre de points gagnés est $b+2$.

1. Faire un tableau permettant de lire le nombre de points gagnés suivant le couple $(a\,;b)$ obtenu.
2. Donner un univers modélisant cette expérience puis sa loi de probabilité.

Correction

1.

Dé blanc / Dé noir	1	2	3	4	5	6
1	2	1	2	1	3	1
2	3	2	3	2	4	2
3	4	3	4	3	5	3
4	5	4	5	4	6	4
5	6	5	6	5	7	5
6	7	6	7	6	8	6

2. L'univers modélisant cette expérience est $\Omega=\{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\,;7\,;8\}$.

   C'est une situation d'équiprobabilité donc on peut utiliser $p(A)=\dfrac{nombres\ d'issues\ de\ A}{nombre\ total\ d'issues}$.

   Il y a 36 combinaisons en tout, on a la loi de probabilité suivante :

Points	1	2	3	4	5	6	7	8
Probabilité	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$