Exercice 1

Déterminez les dérivées des fonctions :

- f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(4x-1)^5$
- g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\dfrac{1}{(2x^2+3)^3}$

Correction

- $f(x)=(4x-1)^5$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.
  $f'(x)=5\times4\times(4x-1)^4=20(4x-1)^4$.

- $g(x)=\dfrac{1}{(2x^2+3)^3}$ est dérivable sur $g(x)=\dfrac{1}{(2x^2+3)^3}$ comme fonction inverse d'une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ qui ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$.
  $\forall x\in\mathbb{R}, g(x)=(2x^2+3)^{-3}$ donc $g'(x)=(-3)\times(4x)\times(2x^2+3)^{-4}=\dfrac{-12x}{(2x^2+3)^4}$.

Exercice 2

Déterminez la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sqrt{3x^2+x+5}$.

Correction

$f(x)=\sqrt{3x^2+x+5}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ avec $u(x)=3x^2+x+5>0$ sur $\mathbb{R}$. En effet, $\Delta=1^2-4\times3\times5=1-60=-59<0$ et $a=3>0$.

$\forall x\in\mathbb{R}, f'(x)=\dfrac{6x+1}{2\sqrt{3x^2+x+5}}$

Exercice 3

Déterminez la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^{3x^2-2x+4}$.

Correction

$f(x)=e^{3x^2-2x+4}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

$\forall x\in\mathbb{R}, f'(x)=(6x-2)e^{3x^2-2x+4}=2(3x-1)e^{3x^2-2x+4}$

Exercice 4

v est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, sa dérivée est v' .

f et g sont deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=v(2x+1)$ et $g(x)=v(-x)$.

1. Déterminez $f'(x)$ et $g'(x)$ en fonction de x et de v'
2. Sachant que $v'(x)=\sqrt{x^2+1}$, exprimez $f'(x)$ et $g'(x)$ en fonction de x .

Correction

1. f et g sont dérivables sur $\mathbb{R}$ comme composées de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.
   $\forall x\in\mathbb{R}, f'(x)=2v'(2x+1)$ et $g'(x)=-v'(-x)$
2. $\forall x\in\mathbb{R}, f'(x)=2\sqrt{(2x+1)^2+1}=2\sqrt{4x^2+4x+2}$
   $\forall x\in\mathbb{R}, g'(x)=-\sqrt{(-x)^2+1}=-\sqrt{x^2+1}$

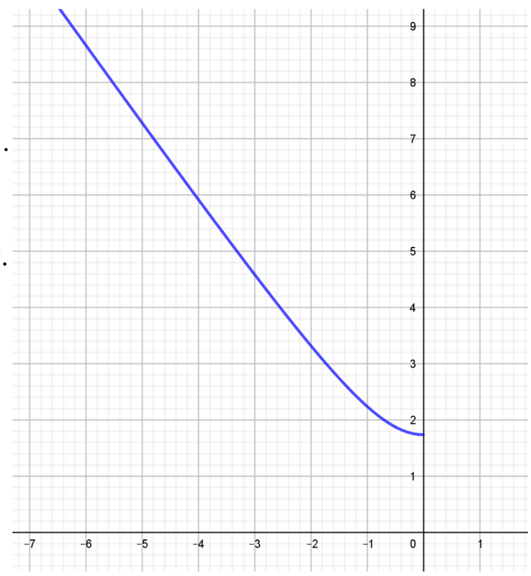
Exercice 5

f est une fonction définie sur $]-\infty;0]$ par $f(x)=\sqrt{2x^2+3}$.

1. Déterminez la limite de f en $-\infty$.
2. Déterminez $f'(x)$ puis en déduire les variations de f .
3. A l'aide de la calculatrice, tracer la courbe représentative de f et vérifier les variations obtenues au 2.

Correction

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ par composées de limites avec $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x^2+3)=+\infty$ et $\lim\limits_{X\to+\infty}\sqrt{X}=+\infty$.
2. f est dérivable sur $]-\infty;0]$ comme composées de fonctions dérivables sur $]-\infty;0]$ avec $u(x)=2x^2+3>0$ pour tout $x<0$.
   $\forall x<0, f'(x)=\dfrac{4x}{2\sqrt{2x^2+3}}=\dfrac{2x}{\sqrt{2x^2+3}}<0$ donc
   f est strictement décroissante sur $]-\infty;0]$.
3. Ci-contre, C_f .
   On observe la cohérence des résultats précédents.



Exercice 6

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^4-3x^3+x^2+1$.

1. Déterminez $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$
2. Déterminez $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$

Correction

1. $f(x)=x^4-3x^3+x^2+1$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynôme.
   $\forall x\in\mathbb{R}, f'(x)=4x^3-9x^2+2x$

2. $\forall x\in\mathbb{R}, f'(x)=4x^3-9x^2+2x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynôme.
   $\forall x\in\mathbb{R}, f''(x)=12x^2-18x+2$