

Exercice 1

ABCD est un parallélogramme d'aire 24cm^2 avec $AB=8\text{cm}$.

H est le projeté orthogonal de D sur (AB).

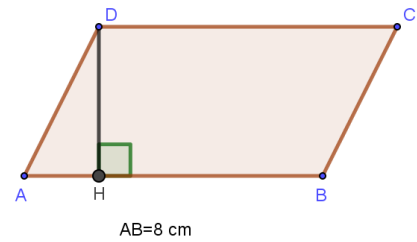
1. En justifiant, déterminer la distance de D à (AB).
2. Construire un parallélogramme ABCD vérifiant les hypothèses de départ avec H milieu de [AB].
 - (a) Montrer que $AD=BD$
 - (b) En déduire que C et D appartiennent à un même cercle de centre B.

Correction

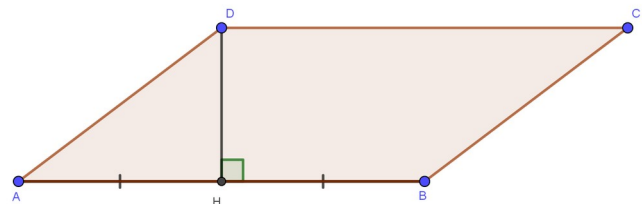
1. H est le projeté orthogonal de D sur (AB) donc la distance de D à (AB) est DH.

$$\text{Or } A_{ABCD} = AB \times DH$$

$$\text{donc } 24 = 8 \times DH \text{ donc } DH = \frac{24}{8} = 3\text{ cm}$$



2. Voir figure ci-contre.
 - (a) H est le milieu de [AB] et H est le projeté orthogonal de D sur [AB] donc la hauteur issue de D au triangle ABC est aussi la médiatrice de [AB] donc $AD = BD$.



- (b) ABCD est un parallélogramme donc $AD = BC$. Or $AD=BD$ d'après le 2. On déduit que $BD=BC$ donc C et D sont sur un même cercle de centre B.

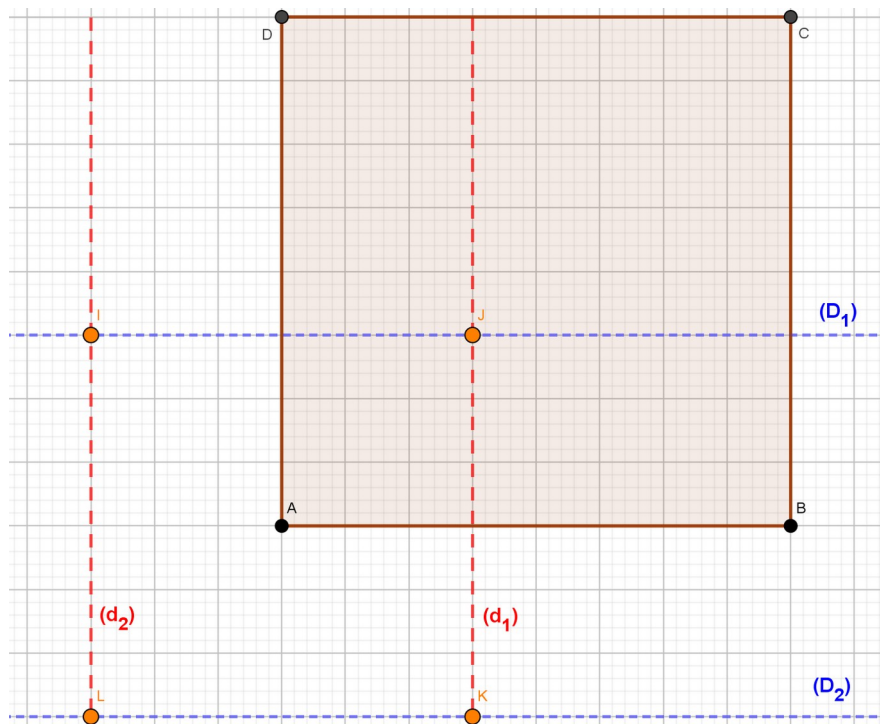
Exercice 2

ABCD est un carré de côté 8cm.

1. Construire l'ensemble (E) des points M situés à une distance de 3cm de (AD).
2. Quelles sont les valeurs possibles pour la distance de B à cet ensemble ? Justifier.
3. De manière analogue, construire l'ensemble (E') des points situés à une distance de 3cm de (AB).
4. Déterminer l'intersection de (E) et de (E').

Correction

1. (E) est composé des droites (d_1) et (d_2) situées à une distance de 3cm de (AD).
2. La distance de B à (d_1) vaut 5 cm et la distance de B à (d_2) vaut $8 + 3 = 11$ cm.
3. (E') est composé des droites (D_1) et (D_2) situées à une distance de 3cm de (AB).
4. L'intersection de (E) et (E') est composée des points I, J, K et L qui forment un carré de côté 6 cm.



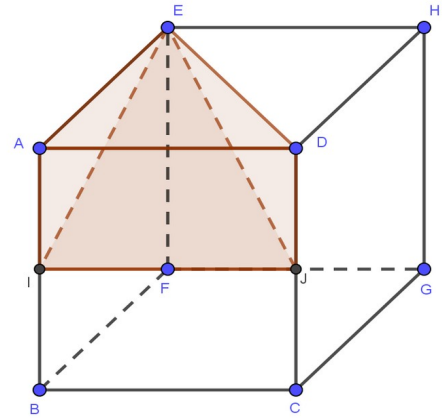
Exercice 3

ABCDEFGH est un cube de côté 4cm. I et J sont les milieux de [AB] et [CD].
Calculer le volume de la pyramide AIJDE.

Correction

$$V_{AIJDE} = \frac{1}{3} \times A_{base} \times hauteur = \frac{1}{3} \times (AD \times AI) \times EA$$

$$V_{AIJDE} = \frac{1}{3} \times (4 \times 2) \times 4 = \frac{32}{3} \text{ cm}^3$$

**Exercice 4**

ABCDEFGH est un cube de côté 6cm.

Calculer le volume du tétraèdre ABDE puis déterminer le pourcentage de remplissage de ce tétraèdre dans le cube.

Correction

$$V_{ABDE} = \frac{1}{3} \times \frac{AB \times AD}{2} \times AE = \frac{1}{3} \times \frac{6 \times 6}{2} \times 6 = 36 \text{ cm}^3$$

$$\text{Pourcentage de remplissage} = \frac{V_{\text{tétraèdre}}}{V_{\text{cube}}} \times 100 = \frac{36}{216} \times 100 \approx 16,66 \%$$

remarque : on pourrait démontrer que le pourcentage de remplissage du tétraèdre dans le cube vaut

$$\frac{100}{6} \% \approx 16,66 \% \quad \text{quelque soit le côté du cube.}$$

Exercice 5

ABCDEFGH est un cube de côté 4cm. Calculer AG.

Correction

Calcul de BG dans BCG rectangle en C :

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$BG^2 = BC^2 + CG^2 \text{ donc } BG^2 = 4^2 + 4^2 = 32 \text{ donc } BG = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

Calcul de AG dans ABG rectangle en B :

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$AG^2 = AB^2 + BG^2 \text{ donc } AG^2 = 4^2 + 32 = 16 + 32 = 48 \text{ donc } AG = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

remarque : on pourrait démontrer que $AG = \sqrt{3} \times c$ où $c = \text{côté du carré}$.

Exercice 6

ABC est un triangle tel que $AB = 7 \text{ cm}$; $BC = 6 \text{ cm}$ et $AC = 10 \text{ cm}$.

I est le milieu de [AB] et D est le point de [AC] tel que $\widehat{AID} = \widehat{ACB}$.

1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Démontrer que les triangles AID et ABC sont semblables.
3. En déduire AD et ID.

Correction

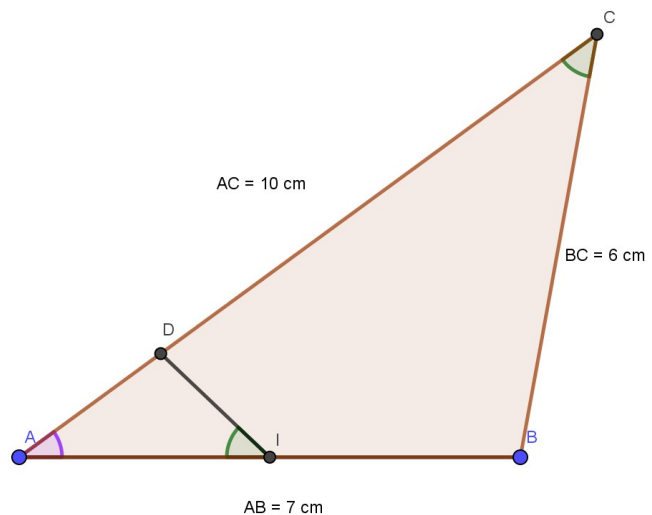
1. Voir la figure ci-contre.
2. Les triangles ABC et AID ont deux angles de même mesure donc sont semblables.
3. Les côtés [AI] et [AC], [DI] et [BC] et [AD] et [AB] sont homologues donc

$$\frac{AI}{AC} = \frac{DI}{BC} = \frac{AD}{AB} .$$

On déduit que :

$$\frac{3,5}{10} = \frac{DI}{6} = \frac{AD}{7} \text{ donc}$$

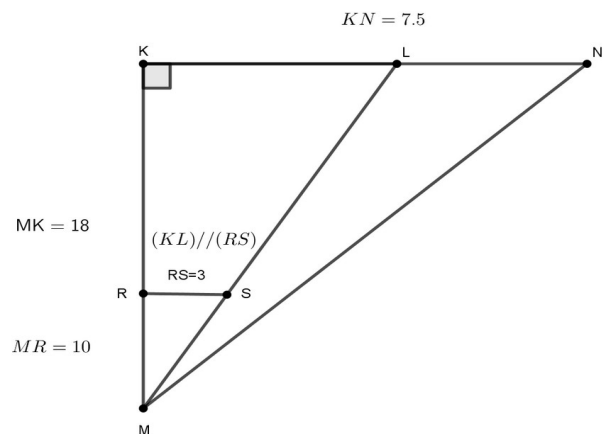
$$AD = \frac{7 \times 3,5}{10} = \frac{24,5}{10} = 2,45 \text{ cm et } DI = \frac{6 \times 3,5}{10} = \frac{21}{10} = 2,1 \text{ cm}$$



Exercice 7

On considère la figure ci-contre.

1. Calculer MN
2. Calculer KL
3. Calculer l'aire du triangle MLN
4. En exprimant l'aire de MLN d'une autre manière, en déduire une valeur approchée à 0,001 près de la distance du point L à la droite (MN).

**Correction**

1. Dans le triangle KMN rectangle en K, d'après le théorème de Pythagore, on a :
 $MN^2 = MK^2 + KN^2 = 18^2 + 7,5^2 = 324 + 56,25 = 380,25$ donc $MN = \sqrt{380,25} = 19,5$
2. Dans le triangle KML, R appartient à [MK], S appartient à [ML] et les droites (RS) et (KL) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{MR}{MK} = \frac{MS}{ML} = \frac{RS}{KL} \quad \text{donc} \quad \frac{10}{18} = \frac{3}{KL} \quad \text{donc} \quad KL = \frac{3 \times 18}{10} = \frac{54}{10} = 5,4$$

$$3. \quad A_{MLN} = A_{KMN} - A_{KML} = \frac{18 \times 7,5}{2} - \frac{18 \times 5,4}{2} = 67,5 - 48,6 = 18,9$$

4. Notons H le projeté de L sur (MN). On a :

$$A_{KML} = \frac{MN \times LH}{2} = \frac{19 \times LH}{2} \quad \text{donc} \quad 18,9 = \frac{19,5 \times LH}{2} \quad \text{donc} \quad LH = \frac{18,9 \times 2}{19,5} = \frac{37,8}{19,5} \approx 1,938$$