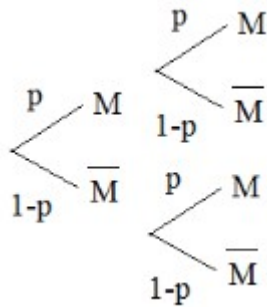


Exercice 78 page 380

1. a) Soit M : « le moteur est en panne ». On modélise la situation par l'arbre suivant :



- b) L'avion ne peut pas rester en vol si et seulement si ses deux moteurs tombent en panne. La probabilité est donc égale à $P((M; M)) = p^2$.
2. L'expérience aléatoire consistant à s'intéresser à un moteur qui tombe en panne ou pas est une épreuve de Bernoulli de paramètre p .
On réitère cette expérience aléatoire 4 fois de manière identique et indépendante. On obtient un schéma de Bernoulli de taille $n=4$.
La variable aléatoire X égale au nombre de moteurs tombant en panne suit donc une loi binomiale $B(n=4; p)$.
L'avion ne peut rester en vol si et seulement si 3 de ses moteurs ou 4 de ses moteurs sont en panne donc la probabilité qu'il ne puisse rester en vol vaut :

$$P((X=3) \cup (X=4)) = P(X=3) + P(X=4) \quad \text{car les événements sont indépendants.}$$

$$P((X=3) \cup (X=4)) = 4 \times p^3 \times (1-p)^1 + 1 \times p^4 \times (1-p)^0 = 4p^3(1-p) + p^4$$

$$P((X=3) \cup (X=4)) = 4p^3 - 4p^4 + p^4 = 4p^3 - 3p^4$$

3. On a intérêt à choisir un avion à 2 moteurs au lieu d'un avion à 4 moteurs si et seulement si $4p^3 - 3p^4 > p^2 \Leftrightarrow 4p^3 - 3p^4 - p^2 > 0 \Leftrightarrow p^2(-3p^2 + 4p - 1) > 0 \Leftrightarrow -3p^2 + 4p - 1 > 0$

$$\text{Or } -3p^2 + 4p - 1 = (p-1)(-3p+1) \quad \text{avec } 0 \leq p \leq 1 \quad \text{car } p \text{ est une probabilité.}$$

Dans la situation de l'exercice, on a $0 < p < 1$ c'est à dire un moteur ne peut être toujours en panne ni ne jamais tomber en panne.

$$\text{Ainsi, } -3p^2 + 4p - 1 > 0 \Leftrightarrow (p-1)(-3p+1) > 0 \Leftrightarrow -3p+1 < 0 \Leftrightarrow p > \frac{1}{3}$$

Conclusion : On a intérêt à choisir un avion à 2 moteurs au lieu d'un avion à 4 moteurs si et seulement si la probabilité qu'un moteur tombe en panne est supérieure à $\frac{1}{3}$.

Exercice 83 page 381

1. La fonction `ber()` renvoie la valeur 2.
2. Si la fonction `ber` simule une loi binomiale $B(n;p)$ alors la fonction devient :

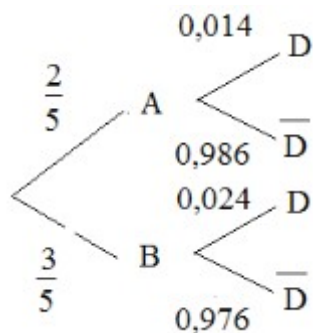
```

10 def ber(n,p):
11     S=0
12     for k in range(n):
13         a=random()
14         if a<p:
15             S=S+1
16     return(S)

```

Exercice 88 page 382

1. $P(A) = \frac{600}{1500} = \frac{2}{5} = 0,4$; $P(B) = \frac{900}{1500} = \frac{3}{5} = 0,6$; $P_A(D) = 0,014$ et $P_B(D) = 0,024$.
2. L'arbre pondéré associé à la situation est :



3. Les événements A et B forment une partition de l'univers donc d'après la formule des probabilités totales on a :

$$P(D) = P(A) \times P_A(D) + P(B) \times P_B(D) = 0,4 \times 0,014 + 0,6 \times 0,024 = 0,02$$

4. $P_D(A) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0,4 \times 0,014}{0,02} = 0,28$

Exercice 100 page 383

1. L'expérience aléatoire consistant à s'intéresser au fait qu'un individu choisi au hasard soit allergique au médicament A ou pas est une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=0,05$.
On réitère cette expérience aléatoire n fois de manière identique et indépendante. On obtient un schéma de Bernoulli de taille n .
La variable aléatoire X égale au nombre d'individus allergiques au médicament A suit donc une loi binomiale $B(n ; 0,05)$.
2. On suppose $n=10$.
La probabilité qu'aucune analyse ne révèle l'allergie A vaut :
$$P(X=0)=0,95^{10} \approx 0,60 \text{ arrondi à } 10^{-2} \text{ près}$$

La probabilité qu'au moins deux analyses révèlent l'allergie A vaut :
$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - \binom{10}{1} \times 0,05^1 \times (1-0,05)^9 \approx 0,09 \text{ arrondi à } 10^{-2} \text{ près}$$
3. $P(A) \times P(B) = 0,05 \times 0,4 = 0,02$ et $P(A \cap B) = 0,02$ donc les événements A et B sont indépendants.
4. a) A l'aide de la calculatrice, on obtient $a = 31$ et $b = 50$.
b) $P(31 \leq Y \leq 50) = P(Y \leq 50) - P(Y \leq 30) \geq 0,975 - P(Y \leq 30)$.
Or $a=31$ est le plus petit entier pour lequel
 $P(Y \leq 31) > 0,025$ donc $P(Y \leq 30) \leq 0,025$ donc $-P(Y \leq 30) \geq -0,025$.
On déduit que :
 $P(31 \leq Y \leq 50) = P(Y \leq 50) - P(Y \leq 30) \geq 0,975 - P(Y \leq 30) \geq 0,975 - 0,025 = 0,95$

Conclusion : On a $P(31 \leq Y \leq 50) \geq 0,95$ donc $I = [31;50]$.
5. 30 n'appartient pas à $I=[31;50]$ donc l'hypothèse selon laquelle 40 % de la population est allergique au médicament B n'est pas acceptable au seuil de risque de 5 %.