

Dans les exercices 123 à 132, je ne traite pas la dérivabilité mais uniquement le calcul des dérivées.

Exercice 123 page 184

1. $f(x) = \sqrt{x^2+2}$
 $f = \sqrt{u}$ avec $u(x) = x^2+2$ et $u'(x) = 2x$
 $f' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ donc $f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$
2. $g(x) = (3x+1)^3$
 $g = u^3$ avec $u(x) = 3x+1$ et $u'(x) = 3$
 $g' = 3u^2 u'$ donc $g'(x) = 3 \times 3 \times (3x+1)^2 = 9(3x+1)^2$
3. $h(x) = \frac{1}{(x^4+3)^2} = (x^4+3)^{-2}$
 $h = u^{-2}$ avec $u(x) = x^4+3$ et $u'(x) = 4x^3$
 $h' = -2u^{-3} u'$ donc $h'(x) = -2 \times 4x^3 \times (x^4+3)^{-3} = \frac{-8x^3}{(x^4+3)^3}$

Exercice 124 page 184

1. $f(x) = \frac{1}{(x^2+x+1)^3} = (x^2+x+1)^{-3}$
 $f = u^{-3}$ avec $u(x) = x^2+x+1$ et $u'(x) = 2x+1$
 $f' = -3u^{-4} u' = -3 \times (2x+1) \times (x^2+x+1)^{-4} = \frac{-3(2x+1)}{(x^2+x+1)^4}$
2. $g(x) = \frac{1}{(e^x+3)^4} = (e^x+3)^{-4}$
 $g = u^{-4}$ avec $u(x) = e^x+3$ et $u'(x) = e^x$
 $g' = -4u^{-5} u'$ donc $g'(x) = -4e^x (e^x+3)^{-5} = \frac{-4e^x}{(e^x+3)^5}$
3. $h(x) = \sqrt{e^x+1}$
 $h = \sqrt{u}$ avec $u(x) = e^x+1$ et $u'(x) = e^x$
 $h' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ donc $h'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x+1}}$

Exercice 125 page 184

- $f(x) = 3(1-x)^3$
 $f = 3u^3$ avec $u(x) = (1-x)$ et $u'(x) = -1$
 $f' = 3 \times 3 \times u' \times u^2 = 9 \times u' \times u^2$ donc $f'(x) = 9 \times (-1) \times (1-x)^2 = -9(1-x)^2$
- $g(x) = (1-5e^x)^2$
 $g = u^2$ avec $u(x) = (1-5e^x)$ et $u'(x) = -5e^x$
 $g' = 2u'u$ donc $g'(x) = 2 \times (-5e^x) \times (1-5e^x) = -10e^x(1-5e^x)$
- $h(x) = e^{1+x+x^2}$
 $h = e^u$ avec $u(x) = 1+x+x^2$ et $u'(x) = 1+2x$
 $h' = u' e^u$ donc $h'(x) = (1+2x)e^{1+x+x^2}$

Exercice 126 page 184

- $f(x) = (2e^x - 1)^3$
 $f = u^3$ avec $u(x) = 2e^x - 1$ et $u'(x) = 2e^x$
 $f' = u' \times 3u^2$ donc $f'(x) = 2e^x \times 3(2e^x - 1)^2 = 6e^x(2e^x - 1)^2$
- $g(x) = \frac{1}{e^{-x} + 3}$
 $g = \frac{1}{u}$ avec $u(x) = e^{-x} + 3$ et $u'(x) = -e^{-x}$
 $g' = \frac{-u'}{u^2}$ donc $g'(x) = \frac{-(-e^{-x})}{(e^{-x} + 3)^2} = \frac{e^{-x}}{(e^{-x} + 3)^2} = \frac{1}{e^x(e^{-x} + 3)^2}$
- $h(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 3}$
 $h = \frac{u}{v}$ avec $u(x) = e^{2x}$, $u'(x) = 2e^{2x}$ et $v(x) = e^{2x} + 3$, $v'(x) = 2e^{2x}$
 $h' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ donc $h'(x) = \frac{2e^{2x} \times (e^{2x} + 3) - 2e^{2x} \times e^{2x}}{(e^{2x} + 3)^2} = \frac{2e^{4x} + 6e^{2x} - 2e^{4x}}{(e^{2x} + 3)^2} = \frac{6e^{2x}}{(e^{2x} + 3)^2}$

Exercice 127 page 184

$f(x) = x\sqrt{x^2+4}$ définie sur \mathbb{R} .

f est dérivable sur \mathbb{R} comme produit de fonctions dérivables sur \mathbb{R} avec $\forall x \in \mathbb{R}, x^2+4 > 0$.

$$f = u \times v \text{ avec } u(x) = x, u'(x) = 1 \text{ et } v(x) = \sqrt{x^2+4}, v'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$$

$$f' = u'v + v'u \text{ donc } f'(x) = 1 \times \sqrt{x^2+4} + \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} \times x = \frac{x^2+4+x^2}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{2x^2+4}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{2(x^2+2)}{\sqrt{x^2+4}}$$

Exercice 128 page 184

$f(x) = \frac{3}{\sqrt{x^2+2}}$ définie et dérivable sur \mathbb{R} comme quotient de fonctions définies et dérivables sur \mathbb{R} avec $\forall x \in \mathbb{R}, x^2+2 > 0$.

$$f = \frac{u}{v} \text{ avec } u(x) = 3, u'(x) = 0 \text{ et } v(x) = \sqrt{x^2+2}, v'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$$

$$f' = \frac{u'v - v'u}{v^2} \text{ donc } f'(x) = \frac{0 - \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} \times 3}{(x^2+2)} = -\frac{3x}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$$

Exercice 129 page 184

$f(x) = \frac{1}{x+1}$ définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ comme fonction inverse d'une fonction définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ qui ne s'annule pas sur $[0; +\infty[$.

- $f = \frac{1}{u}$ avec $u(x) = x+1$ et $u'(x) = 1$

$$f' = \frac{-u'}{u^2} \text{ donc } f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$$

- $f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$ est définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ comme quotient de fonction inverse définie et dérivable sur $[0; +\infty[$.

$$f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2} = -(x+1)^{-2} \text{ donc } f''(x) = -(-2) \times 1 \times (x+1)^{-3} = \frac{2}{(x+1)^3}$$

Exercice 130 page 184

$f(x) = \frac{1}{(x+1)^3}$ est définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ comme fonction inverse d'une fonction définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ qui ne s'annule pas sur $[0; +\infty[$.

- $f(x) = \frac{1}{(x+1)^3} = (x+1)^{-3}$ donc $f'(x) = (-3) \times 1 \times (x+1)^{-4} = \frac{-3}{(x+1)^4}$

- $f'(x) = \frac{-3}{(x+1)^4}$ est définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ comme fonction inverse d'une fonction définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ qui ne s'annule pas sur $[0; +\infty[$.

$$f'(x) = -3(x+1)^{-4} \text{ donc } f''(x) = (-3) \times (-4) \times (x+1)^{-5} = \frac{12}{(x+1)^5}$$

Exercice 131 page 184

$f(x) = (2-3x)e^{1-x}$ est définie et dérivable sur \mathbb{R} comme produit (et composée) de fonctions définies et dérivables sur \mathbb{R} .

$$f = u \times v \text{ avec } u(x) = 2-3x, u'(x) = -3 \text{ et } v(x) = e^{1-x}, v'(x) = -e^{1-x}$$

$$f' = u'v + v'u \text{ donc } f'(x) = -3e^{1-x} + (-e^{1-x}) \times (2-3x) = e^{1-x}(-3-2+3x) = (3x-5)e^{1-x}$$

$f'(x) = (3x-5)e^{1-x}$ est définie et dérivable sur \mathbb{R} comme produit (et composée) de fonctions définies et dérivables sur \mathbb{R} .

$$f' = U \times V \text{ avec } U(x) = 3x-5, U'(x) = 3 \text{ et } V(x) = e^{1-x}, V'(x) = -e^{1-x}$$

$$f'' = U'V + V'U \text{ donc } f''(x) = 3e^{1-x} + (-e^{1-x}) \times (3x-5) = e^{1-x}(3-3x+5) = (-3x+8)e^{1-x}$$

Exercice 132 page 184

$f(x) = 5e^{0,2x^2+0,5x}$ est définie et dérivable sur \mathbb{R} comme produit et composée de fonctions définies et dérivables sur \mathbb{R} .

$$f'(x) = 5 \times (0,4x+0,5) \times e^{0,2x^2+0,5x} = (2x+2,5)e^{0,2x^2+0,5x}$$

L'équation réduite de la tangente T_0 à C_f en $x=0$ est donnée par $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ c'est à dire $y = 2,5x + 5 = \frac{5}{2}x + 5$.